



João Cabral

Departamento de Matemática e Estatística
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade dos Açores
joao.mg.cabral@uac.pt

A poesia nas propriedades da Matemática

No dia 24 de novembro celebra-se, em Portugal, o Dia Nacional da Cultura Científica. Escolheu-se este dia, para homenagear e honrar a memória do professor de Físico-Química Rómulo de Carvalho (1906-1997), célebre investigador da história da ciência em Portugal, que contribuiu, de uma forma ímpar, para a divulgação das ciências no país. Mas, quis a memória da história, fazer com que ficasse mais conhecido sob o pseudónimo de António Gedeão, poeta, sendo a Pedra Filosofal e Lágrima de Preta os seus dois mais famosos poemas. Se calhar a forma mais sublime de todas, já que durante toda a sua vida como professor, procurou encontrar a poesia que residia numa equação matemática, ou descobrir a magia que inebriava os sentidos dos seus alunos quando assistiam a reação química em plena aula. Quando descobria semelhantes belezas não se quedava por guardar a sua essência apenas como património reservado, mas procurava difundir, da melhor forma possível, na sua época, o aroma, o perfume, do conhecimento científico, para que todos se sentissem contagiados com a febre do querer saber mais e ir mais além.

Hoje em dia, todos nós, professores, damos sempre o nosso melhor para perpetuar esta herança de difusão do saber, alimentando sonhos e expectativas de todos os alunos que frequentam a nossa sala de aula. Somos poetas, que tentam encontrar a rima certa, que faça despertar uma paixão, na mente de um recetor ávido de saber. O legado de cada professor é o sorriso expresso, por cada aluno, quando este consegue encontrar uma solução para um problema cuja resolução aparentava ser impossível, seja qual for a sua ciência de origem. O sorriso de uma criança ao ler uma palavra pela primeira vez, porque consegue fazê-lo; o sorriso de um jovem ao descobrir que uma data tornou-se histórica, só porque lhe concedeu a liberdade de se expressar; o sorriso de um adulto porque percebe, finalmente, que aquilo que aprendeu na escola está a ser-lhe muito útil no seu local de trabalho; o sorriso de um sénior quando descobre que consegue trucidar, por completo, o monstro da info-exclusão. O sorriso da descoberta é transversal a todas as idades, todos têm o seu momento Eureka, que nos faz viajar no tempo e agradecer, nem que seja em pensamento, a todos os que na sua demanda pelo ensino e divulgação da ciência nos fizeram despertar para um mundo diferente e excitante.

Assim, porque hoje é um dia especial, vou falar-vos sobre as propriedades na matemática. Quando este substantivo surge pela primeira vez no ensino tende a causar um certo desconforto, pois parecem, à primeira vista, uma série de regras que têm de ser memorizadas, fixadas, decoradas, só porque sim, sem qualquer utilidade aparente. Mas, se pensarmos que as propriedades são nada mais, nada menos, do que pequenas partes de um enorme poema, que representam os pequenos momentos Eureka – de descoberta, de todos os que contribuíram e continuam a contribuir para desvendar a magia do raciocínio matemático, será mais fácil entender a sua utilidade e força no desbravar de novos caminhos e criação de novas rimas neste poema que é a Matemática. Vou, para exemplificar, neste pequeno texto, falar-vos das propriedades comutativa e associativa da adição.

Consultando um dicionário, podemos verificar que o substantivo feminino “Propriedade” é usado quando queremos chamar a atenção a algo em particular que distingue algo de uma outra coisa do mesmo género, distinguir uma característica, por isso os seus sinónimos mais

conhecidos são: particularidade e característica. Na matemática é usado com o mesmo sentido, já que uma propriedade é uma característica única num determinado raciocínio, que permite simplificar o processo, ou entendê-lo sob uma perspectiva diferente. Por isso, uma das grandes vantagens do uso de propriedades é o facto de servir de ponte, entre ideias e raciocínios diferentes, possibilitando a convergência e desenvolvimento de um conhecimento para que este se transforme em algo universal e acessível a todos. As mais conhecidas, de divulgação mais geral, são as propriedades das operações elementares, como por exemplo a adição.

Voltando ao dicionário podemos verificar que a palavra adição, por sua vez, é um substantivo feminino que é descrito como sendo o ato de juntar, acrescentar alguma coisa. No mesmo sentido, na matemática, quando adicionamos algo, usando a operação adição, per si, estamos também a juntar algo. A única diferença é que este “juntar” refere-se a valores quantitativos, aqueles que podem ser expressos por quantidades. Podemos juntar dois copos num tabuleiro, mas não podemos adicionar dois copos num tabuleiro, pois ambos os copos não têm qualquer valor quantitativo. Podemos juntar um conjunto de duas laranjas com um conjunto de três laranjas, para obter um conjunto de cinco laranjas, mas não adicionamos o total de elementos dos dois conjuntos. Mentalmente, executamos a “adição de conjuntos”, ou seja, criamos um novo conjunto que é formado pelos elementos dos dois conjuntos que antes estavam separados. Mas, na prática, o que fazemos, de forma corrente, isso sim, é ignorar a “adição de conjuntos” e adicionar os dois valores quantitativos: o total dos elementos que está presente no conjunto de duas laranjas com o total de elementos que está presente no conjunto de três laranjas. Assim, obtendo-se a expressão $2+3$, que depois podemos verificar, sendo 5, é o valor total de laranjas presente no conjunto de cinco laranjas. Logo, $2+3=5$.

Cuidado, para não se confundir a palavra adição com a palavra soma, pois a soma é o resultado de uma adição. Na matemática uma adição, por exemplo, $4 + 6$ tem como soma 10, por isso escreve-se $4+6=10$. Os números 4 e 6 são descritos como sendo as parcelas da adição e o símbolo “+” representa a operação da adição. Quando se coloca o sinal de igual entre o $4+6$ e o 10, significa que o valor quantitativo da expressão $4+6$ é o mesmo do que o valor quantitativo do número 10.

Falemos, então da propriedade associativa da adição. O adjetivo “Associativa” é usado quando queremos fazer uma associação, mais concretamente na matemática, quando nas operações, numa estrutura complexa de cálculo, podemos associar dois elementos para reduzi-lo a um só, de modo geral, para simplificar o cálculo. Como usamos os parêntesis () no cálculo, para associar elementos ou estruturas, transformando uma operação em prioritária com o seu uso, estes surgem como ferramenta útil, quando queremos usar a propriedade associativa. Por exemplo, na adição $3 + 7 + 10$, podemos associar a operação entre o 7 e o 3, fazendo $(3 + 7) + 10$ e daí concluir que a soma terá igual resultado à adição $10 + 10$. Também podíamos associar a operação entre 7 e o 10 fazendo $3 + (7 + 10)$, transformando esta adição em outra $3 + 17$, de igual soma. Genericamente, executamos a propriedade associativa quando temos no mínimo 3 parcelas na adição, no mínimo. Sendo assim, quando escrevemos $(a + b) + c = a + (b + c)$, dizemos que para obter a soma, é indiferente adicionar os dois primeiros elementos, em primeiro lugar, ou os dois últimos elementos, que a soma mantém-se a mesma. Dizemos, assim, que a adição goza da propriedade associativa. Se esta propriedade não existisse na adição a operação teria de ser executada de forma sequencial, complicando, muitas vezes, o próprio cálculo. Experimente calcular $99 + 187 + 13$ de forma sequencial, e depois calcule associando primeiro os dois últimos elementos, para sentir a utilidade desta propriedade.

Agora, para terminar, vamos falar um pouco sobre a propriedade comutativa da adição. A palavra “comuta” tem origem no verbo comutar, que por sua vez, significa trocar, permutar, substituir. No sentido matemático, a propriedade comutativa está mais relacionada com o permutar, pois significa que podemos executar a operação da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda que obtemos a mesma soma. Ou seja, se efetuarmos a adição $1+9$, obtemos o mesmo resultado ao executar $9+1$, permutando a primeira parcela com a segunda, seguindo a tradicional leitura da escrita da esquerda para a direita. Assim, quaisquer que sejam os números não negativos p e q, temos sempre que $p + q = q + p$ e dizemos que a adição goza da propriedade comutativa. Note-se que a subtração usual já não comutativa, pois $1 - 9 = -8$ não é o mesmo do que $9 - 1 = 8$.

Mas, no entanto, como certas rimas de forma solitária nunca conseguem formar um poema, que sirva de deleite aos nossos sentidos, a adição usual e subtração usual tornam-se pequenas conjugações de algo mais forte, algo como a adição algébrica, que é ensinada no 7º ano de escolaridade em Portugal. Nesta operação, podemos encontrar toda a magia da adição, que incorpora muitas propriedades, entre as quais as da adição usual e da subtração usual em simultâneo, onde podemos verificar, por exemplo, que $(-6) + 10 + (-94) = (-100) + 10 = -90$, quando executamos em simultâneo a propriedade comutativa e associativa da adição algébrica, de forma a tornar o cálculo muito mais simples. Isto é poesia!

