João Cabral

Departamento de Matemática e Estatística
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade dos Açores
joao.mg.cabral@uac.pt

O ressuscitar do numeral misto e das frações unitárias

O quociente de dois números inteiros, considerando o divisor não nulo, é sempre um número inteiro ou então um número decimal. Uma fração é uma representação numérica, um numeral, constituída por um traço horizontal a separar dois números inteiros, um que se designa numerador, posicionado acima do traço, e o outro denominador, abaixo do traço. Também podemos representar a fração usando o traço "/", escrevendo-a no formato a/b, sendo o valor "a" o numerador e o valor "b" o denominador.

Enquanto os números decimais estão mais vocacionados para representar quantidades, na respetiva base decimal, as frações estão mais vocacionadas para quantificar proporções. Ou seja, 1:2=0,5, o que significa que temos a unidade dividida em duas partes, tendo 0,5+0,5=1. Mas, quando escrevemos 1/2, dizemos que temos metade de algo, pois existe uma proporção de uma unidade para duas unidades. Por isso, quando escrevemos 1/2x6 sabemos que queremos calcular a metade de seis unidades, que é três unidades. A fração é um excelente auxiliar para determinar valores, usando a proporcionalidade entre elementos, sendo comuns expressões como a metade, 1/2, a terça parte, 1/3, a quarta parte, 1/4, etc., mas também serve para representar números que de outra forma seriam impossíveis de representar, na sua totalidade, usando o nosso sistema decimal, como por exemplo o número 1/3. Assim, é mais fácil pensar que 1/3 representa a terça parte da unidade, pois 1/3x1=1/3 do que estar a escrever 1:3=0,33333….

Quando medimos o tempo as frações também são úteis. Quanto é metade de uma hora? Todos nós sabemos que é 30 minutos. Logo, podemos representar este cálculo de forma fácil por 1/2x1h=30m, enquanto o cálculo 0,5x1h=0,5h é menos intuitivo e confuso. Por isso, nunca se deve representar uma hora e meia por 1,5h, mas sim por 1h e 30m.

Existem frações para todos os gostos, mas as mais conhecidas são as frações próprias, cujo numerador é menor do que o denominador; as frações impróprias, cujo numerador é maior do que o denominador; as frações aparentes, que representa um número inteiro, sendo o numerador um múltiplo do denominador, entre outras.

Uma fração mista é uma forma de escrita numérica em que surge um número inteiro seguido de uma fração própria. Temos como exemplo, a fração mista dois e três quintos, que tem o mesmo valor do que a imprópria 13/5, pois 2 3/5=2+3/5=13/5. Vamos imaginar que estamos a trabalhar com chocolates. A vantagem de usar a mista 2 3/5 é a sinalização de que estamos a usar dois chocolates inteiros e ainda três quintos de outro. Antes do advento do cálculo realizado pelas calculadoras, era uma forma muito usada no cálculo mental, pois é um incrementador das potencialidades do mesmo. Hoje em dia, começa a ressurgir nas escolas e nas operações matemáticas em ambiente de sala de aula, devido ao renascimento da exigência dos alunos efetuarem algum cálculo mental, pois a fração mista está ligada de forma próxima ao algoritmo da divisão. Note-se que 13 a dividir por 5 é 2 e resta 3.

No conjunto das frações próprias existem umas muito interessantes e muito úteis, que são as frações unitárias, cujo numerador é sempre a unidade, tendo surgido como auxiliares do cálculo em tempos remotos, a egípcios e babilónios, que foram os primeiros povos a trabalhar com frações. Para os egípcios, uma fração era uma parte da unidade pelo que, apenas trabalhavam com frações cujo numerador era a unidade, como por exemplo 1/3, 1/4 e 1/8, as frações unitárias. Para representar outras frações como por exemplo a quantidade 2/5 os egípcios escreviam 1/3+1/15. Um facto, também muito interessante, das frações unitárias, é que qualquer fração unitária 1/n, sendo n um número inteiro positivo, pode sempre decompor-se na adição de duas outras frações unitárias com menor denominador, sendo a primeira parcela 1/(n+k) e a segunda parcela 1/(n^2/k+n), com k um número inteiro positivo qualquer. Podemos obter, por exemplo, 1/3=1/4+1/12, fazendo k=1.

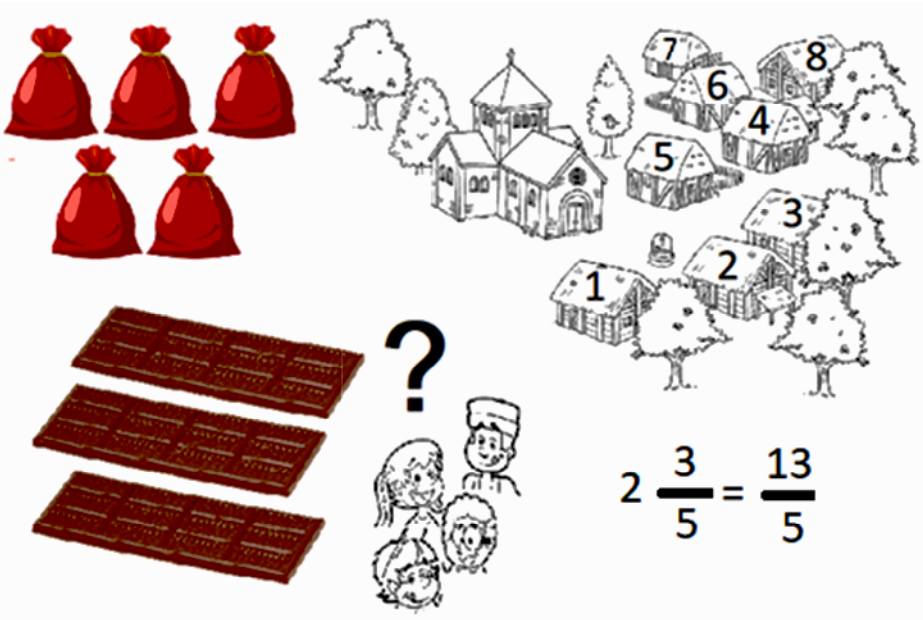
Um dos aspetos a tomar em consideração, quando procedemos a algum tipo de cálculo que envolva frações é saber tornar estas irredutíveis. Para tornar uma fração irredutível basta dividir numerador e denominador pelo máximo divisor comum entre ambos. Se o resultado final do processo de tornar irredutível uma fração não for um número inteiro então estamos na presença de um número fracionário. Chama-se dízima da fração ao valor numérico resultante do quociente entre o numerador e denominador.

Trabalhar com frações, sem usar a dízima, torna-se bastante prático. Por exemplo, se quisermos dividir 5 sacos de milho entre 8 pessoas, usando frações unitárias o cálculo é mais prático, do que fazer a mesma divisão pesando 5/8 dos grãos. Inicialmente, entrega-se meio saco a cada pessoa, o que significa que já dividimos 4 sacos, porque 8x1/2=4. Resta um saco que, se for dividido em 8 partes, dá mais uma parte para cada um. Como dividir um saco em 8 partes é apenas dividir o saco por dois, depois dividindo cada uma das metades em dois, e novamente cada um dos quartos em duas partes iguais, fica-se com 5/8 = 1/2 + 1/8. Note-se que este procedimento de raciocínio ainda hoje é usado pelas nossas gentes, especialmente em profissões como a de moleiro, onde se usa pequenas caixas que servem para medir a quantidade de cereal, umas maiores do que as outras, uma medida, uma meia medida, um quarto de medida, etc. Usar frações unitárias também permite, com facilidade, comparar quantidades. Com uma calculadora disponível podemos dizer que 3/4 é menor do que 4/5, comparando os valores das dízimas respetivas. Mas, e se não tivermos calculadora disponível, o que fazer? Usando frações unitárias não é preciso determinar qualquer divisão. Por exemplo, Basta verificar que 3/4=1/2+1/4 e que 4/5=1/2+1/4+1/20. A resposta é imediata.

Se tivermos três barras de chocolate para dividir de forma igual por quatro pessoas, em primeiro lugar partimos as barras todas em metade. Damos metade de um chocolate a cada uma das quatro pessoas. Depois, ainda vai sobrar duas metades de chocolate. Tornamos a partir estas novamente ao meio e vamos obter quatro quartas partes dos chocolates originais. Assim, damos mais um quarto a cada pessoa, ficando no total, cada pessoa com metade de um chocolate e uma quarta parte de outro.

O que fazer, se quisermos dividir quatro barras de chocolate por cinco pessoas? Fácil! Divida os chocolates todos em metades. Dê uma metade a cada pessoa, sobrando três metades. Torne a partir estas metades ao meio, obtendo seis quartas partes dos chocolates originais. Dê uma quarta parte a cada pessoa, notando que vai sobrar ainda uma. Esta parte que sobra divida em cinco partes iguais, ou seja 1/4:5=1/20, dando um vintavo a cada pessoa.

Da mesma forma que a tabuada comum é uma ferramenta estupenda para a execução de operações, ao nível do cálculo mental, usando números inteiros e decimais, quando combinado o poder das frações mistas com o das frações unitárias, conseguimos executar operações de forma mental, usando conceitos de proporcionalidade.


7
8
6
4
5
3
2
1
?
$2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$